

Задача 1. В некотором царстве, некотором государстве города названы буквами и проложены дороги, список и длина которых приведена ниже. Найдите самый короткий маршрут из города В до города Е и укажите его длину и города, через которые он проходит. (ЕВ: 6), (ЕБ: 2), (ДБ: 1), (ГВ: 5), (ЖВ: 1), (ЖБ: 7), (АД: 1), (ГЕ: 9), (ЕД: 4), (АЖ: 1), (ДЖ: 3), (АВ: 1)

Ответ: 5 ВАДБЕ

Решение

Все возможные маршруты:

('ВАДБЕ', 5), ('ВАДЕ', 6), ('ВЕ', 6), ('ВЖАДБЕ', 6), ('ВЖАДЕ', 7), ('ВЖДБЕ', 7), ('ВАЖДБЕ', 7), ('ВАЖБДЕ', 14), ('ВГЕ', 14)

Задача 2.

Исполнитель "ШИФРОВЩИК" умеет выполнять команды:

МЕНЯТЬ(i,j) — меняет буквы i-ю и j-ю местами

СДВИГАТЬ — сдвигает буквы слова вправо по кругу на один символ (последний символ попадает в 1-й)

а также проверять условия

ЕСЛИГЛАСНЫЙ(i)

ЕСЛИСОГЛАСНЫЙ(i) — проверяет i-й символ и если условие выполнено — выполняет всю строку, если нет — переходит на следующую строку программы

ПОВТОРЯТЬС(n) — повторяет выполнение команд, начиная со строки n. Во избежание путаницы все строки программы пронумерованы.

ШИФРОВЩИК выполнил программу:

1:МЕНЯТЬ(1,3)

2:МЕНЯТЬ(2,5)

3:МЕНЯТЬ(4,7)

4:МЕНЯТЬ(6,8)

5:ЕСЛИГЛАСНЫЙ(1) и ЕСЛИГЛАСНЫЙ(8) СДВИГАТЬ ПОВТОРЯТЬС(1)

Получилось слово ОЕПКРАВР. Какое слово было изначально? Приведите ход решения.

Ответ: ПРОВЕРКА

Решение

Проанализируем последовательность команд. Видим, что команды 1-4 выполняются друг за другом, каждая меняет местами буквы с соответствующими номерами. Команда 5 содержит условие ЕСЛИГЛАСНЫЙ(1) и условие ЕСЛИГЛАСНЫЙ(8), объединённых логической операцией **и** (конъюнкцией). По определению конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда оба условия истинны. Если это так, то по команде 5 нужно будет выполнить команду СДВИГАТЬ и ПОВТОРЯТЬС(1).

В результате работы программы получилось слово ОЕПКРАВР, проверим выполнение условия завершения алгоритма О – гласная, Р – согласная, следовательно условное выражение принимает значение ЛОЖЬ и программа остановится. Выполним команды в обратном порядке, чтобы восстановить исходное слово: ОЕПКРАВР; ОЕПКРРВА; ОЕПВРРКА; ОРПВЕРКА; ПРОВЕРКА.

Задача 3. Дан фрагмент кода программы на двух языках программирования **Python** и

Определите значение переменной **x**, если известно, что после завершения программы выведенное значение переменной **ans** было равно 10. Также известно, что переменная **x** принадлежит диапазону [1; 65]. В случае если вариантов несколько, выберите наибольшее возможное значение. В ответе укажите целое число. Приведите ход решения.

```
Python  
def foo(a, b):  
    if b == 0:  
        return a  
    else: return foo(b, a % b)  
x = int(input())  
ans = foo(int(x), 40)  
print(ans)
```

```
Pascal  
var x, ans: integer;  
function foo(a, b: integer): integer;  
begin  
    if b = 0 then  
        foo := a  
    else  
        foo := foo(b, a mod b);  
end;  
begin  
    readln(x);  
    ans := foo(x, 40);  
    write(ans);  
end.
```

Ответ: 50

Решение

Заметим, что предложенная программа является реализацией алгоритма Евклида нахождения наибольшего общего делителя двух целых чисел. Таким образом, с учетом заданного диапазона, НОД(x ; 40) равен 10 при x равном 10; 30; 50. Наибольшее значение: 50.

Задача 4

Число 87 записали в двух различных системах счисления с основаниями не превышающими 16, потом заменили некоторую (одинаковую) цифру в записях звездочкой. Получилось 100^*0 и 1^*7 . Найдите спрятанную цифру и основания систем счисления. Приведите ход решения.

Ответ $x=2$ $q=3$ $w=8$

Решение

Обозначим «спрятанную цифру» буквой x , основания систем счисления буквами q и w . Из условия задачи можно сделать вывод, что q и w меньше либо равны 16 и $w \geq 8$.

По условию задачи запишем число 87 с использованием расширенной формы записи числа в системе счисления с основанием q

$87=1 \cdot q^4 + x \cdot q$, выполним преобразования $87=q \cdot (q^3 + x)$, q и x являются натуральными числами, $x < q$, т.к. q - основание системы счисления, в которой записано число 100^*0

Заметим, что $87=3 \cdot 29$, других делителей у этого числа нет. Анализ правой части уравнения, показывает, что q не может быть равно 29, т.к. в скобке получится число большее 87, следовательно, $q=3$, $q^3 + x=29$, следовательно, $x=2$.

Используем расширенную форму для записи числа 87 в системе счисления с основанием w . $87=1 \cdot w^2 + x \cdot w + 7$, мы уже определили, что $x=2$, преобразуем уравнение и подставим $x=2$

$x \cdot w - 80 = 0$, решим квадратное уравнение, у него 2 корня $w_1 = 8$, $w_2 = -5$. Подходит только положительный, следовательно, $w = 8$.

Задача 5

Дано выражение $80_{16}^N - 4_{16}^N - 2_{16}^N = K_2$. Найдите целое положительное число N , при котором в двоичной записи числа K будет ровно девять нулей. В ответе укажите целое число в десятичной системе счисления. Приведите ход решения.

Ответ: 8**Решение:**

Преобразуем исходное выражение следующим образом:

$$80_{16}^N - 4_{16}^N - 2_{16}^N = 2^{7N} - 2^{2N} - 2^N = (2^{6N} - 2^N - 1) \cdot 2^N = ((2^{6N} - 1) - 2^N) \cdot 2^N$$

Легко видеть, что число $(2^{6N} - 1)$ в двоичном представлении состоит из $6N$ единиц и не содержит ни одного нуля.

Число 2^N в двоичном представлении состоит из единицы и N нулей. Следовательно, $((2^{6N} - 1) - 2^N)$ состоит из $6 \cdot N - 1$ единиц и одного нуля. Умножение этого значения на 2^N в двоичном представлении добавит в конец числа N нулей.

Итого получаем $1 + N = 9$. Отсюда $N = 8$.

Критерии оценивания

	Критерий	Количество баллов
Номера задач 1,2	Представлен правильный ответ и рассуждения, позволяющие найти правильное решение	3
	Представлен правильный ответ, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны	2
	Ответ неверный, но рассуждения, позволяющие найти правильное решение логичны и понятны, при это совершена незначительная ошибка.	1
	Ответ неверный, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны.	0
	Номер задачи 3-4	Представлен правильный ответ и рассуждения, позволяющие найти правильное решение
	Представлен правильный ответ, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны	3
	Ответ неверный, но рассуждения, позволяющие найти правильное решение	2

	логичны и понятны, при это совершена незначительная ошибка.	
	Ответ неверный, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны.	0
Номер задачи 5	Представлен правильный ответ и рассуждения, позволяющие найти правильное решение	6
	Представлен правильный ответ, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны	4
	Ответ неверный, но рассуждения, позволяющие найти правильное решение логичны и понятны, при это совершена незначительная ошибка.	2
	Ответ неверный, рассуждения, позволяющие найти правильное решение не представлены или непонятны.	0
		Итого максимально 20 (2x3=6 2x4=8 1x6=6 6+8+6=20)